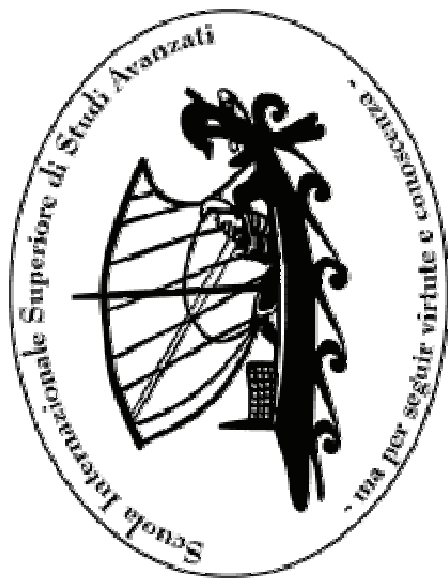




Excellent Swimmers

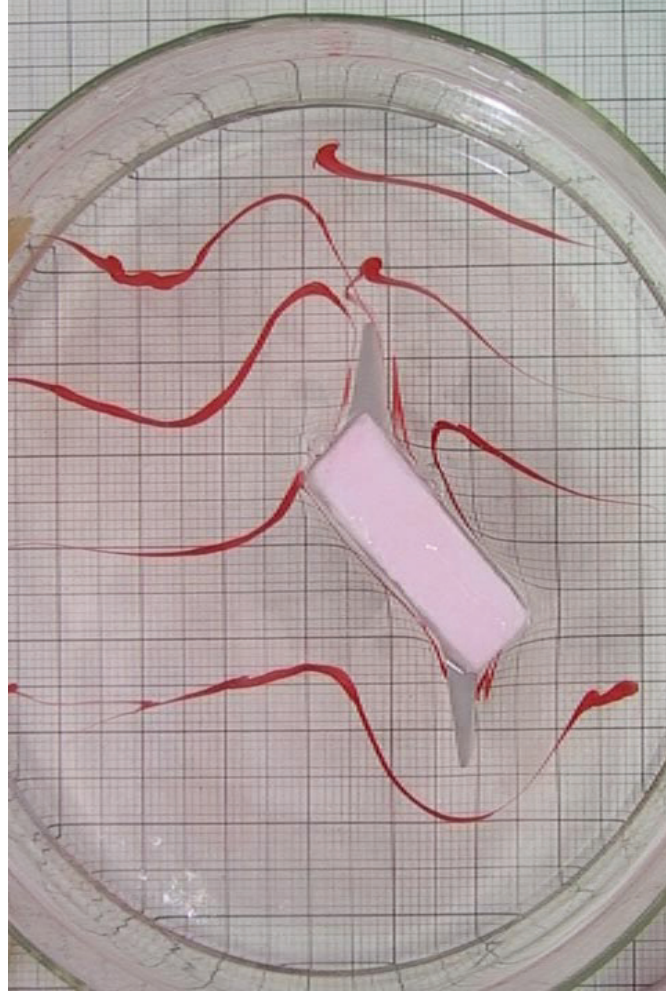
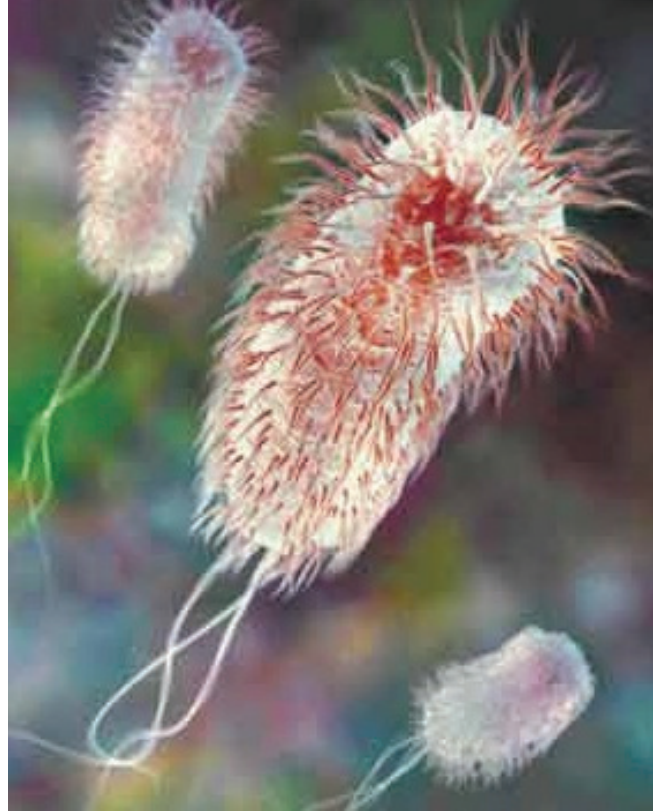
Antonio DeSimone

Micro-Nuotatori Naturali e Artificiali

Batteri e organismi unicellulari, di dimensioni variabili da alcuni micrometri ad alcune decine di micrometri, utilizzano svariate strategie di nuoto. Molti sono dotati di flagelli più o meno flessibili, dal cui moto ricavano una adeguata spinta propulsiva.



(a)



(b)

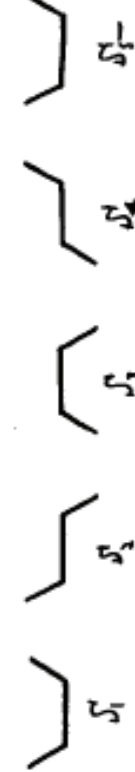
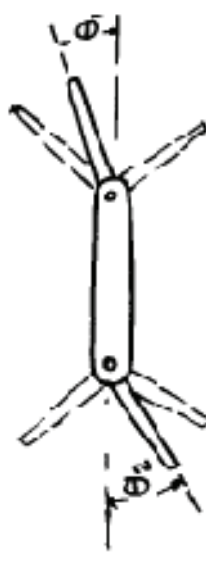
Studiare le strategie di nuoto dei micro-organismi naturali **(a)** può essere molto utile per la realizzazione di dispositivi miniaturizzati capaci di autpropulsione **(b)**. Le applicazioni possibili sono molteplici, in particolare alla medicina: dispositivi per tecniche diagnostiche non invasive o per il rilascio controllato di farmaci sono solo alcuni esempi.

The Scallop Theorem



La trascurabilità dell'inerzia fa sì che l'intuizione che deriviamo dalla pratica o dall'osservazione di nuotatori di dimensioni macroscopiche sia di poco aiuto nel progettare strategie di nuoto per micro-nuotatori. Privata della possibilità di usare effetti inerziali, una vongola di dimensioni microscopiche non sarebbe in grado di avanzare grazie al moto reciproco delle sue valve. Date la linearità e reversibilità nel tempo delle equazioni della fluidodinamica dei nuotatori microscopici (equazioni di Stokes) lo spostamento in una direzione conseguente alla chiusura delle valve viene esattamente compensato da uno spostamento opposto per effetto della loro riapertura.

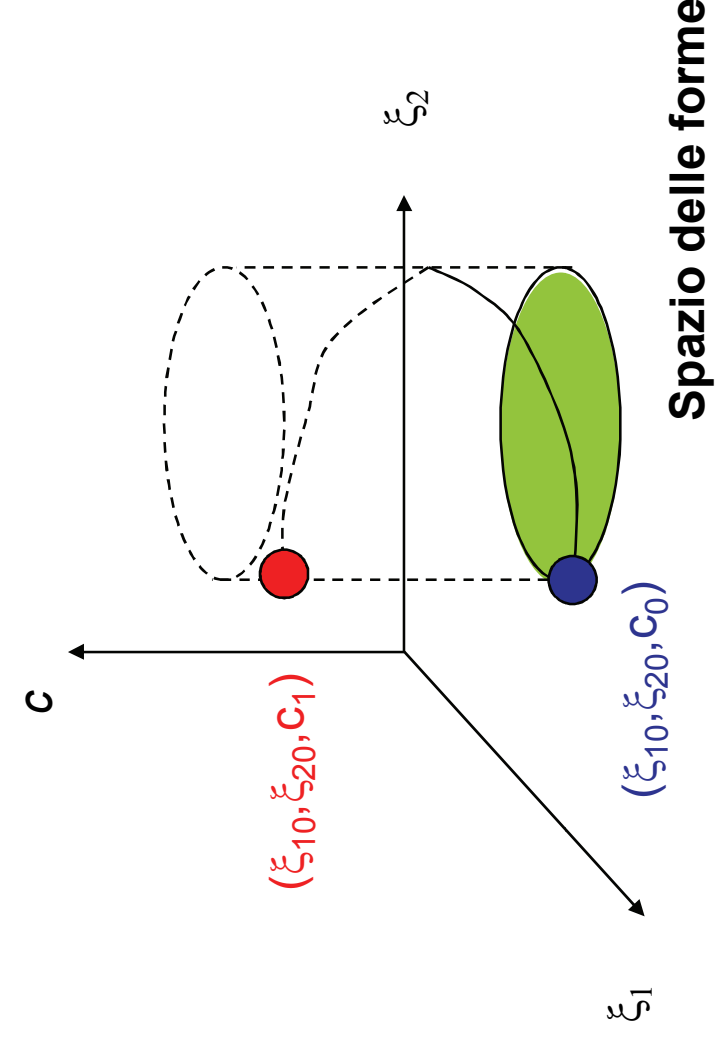
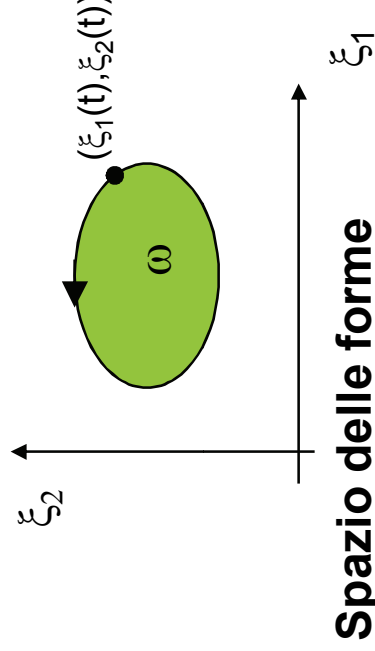
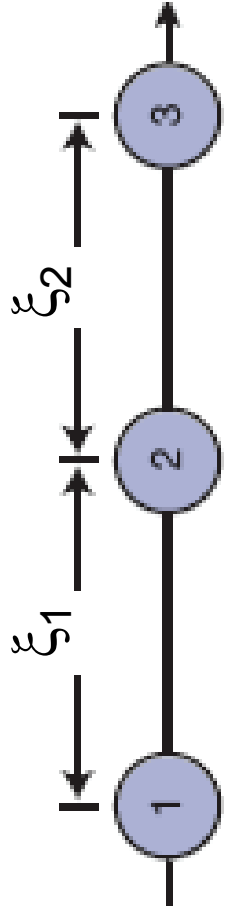
Tra i più semplici meccanismi capaci di "battere" lo *scallop theorem* vi sono il *three-link swimmer* di Purcell e il *three-linked spheres* di Najafi e Golestanian. Quest'ultimo nuota facendo variare le due distanze tra le tre sfere.



Ia Matematica del Nuoto

Per nuotatori microscopici, è ragionevole trascurare completamente tutti i termini inerziali. Trascurare l'inerzia del fluido porta all'uso delle equazioni di Stokes stazionarie nella descrizione della idrodinamica del fluido circostante. Trascurare l'inerzia del nuotatore conduce ad un moto in cui forze propulsive e forze resistenti agenti sul nuotatore sono sempre uguali e opposte, dunque entrambe nulle in condizioni di auto-propulsione.

Nuotare significa eseguire cambiamenti di forma T -periodici nel tempo, che producono una variazione netta di posizione al termine di un periodo, in assenza di forze propulsive esterne. Per il nuotatore a tre sfere, la posizione è la coordinata c lungo l'asse di simmetria del centro di massa globale; la forma è descritta dalle distanze ξ_1 e ξ_2 .



La condizione di autpropulsione è $0 = f_c(\xi_1, \xi_2)c + f_1(\xi_1, \xi_2)\xi_1 + f_2(\xi_1, \xi_2)\xi_2$ e risolvendo per dc/dt si ottiene l'equazione fondamentale del nuoto, che mostra come la velocità di variazione della posizione sia controllata dalle velocità di variazione di forma. Integrando su un periodo si ottiene poi lo spostamento netto in un ciclo, Δc .

$$\dot{c} = V_1(\xi_1, \xi_2)\dot{\xi}_1 + V_2(\xi_1, \xi_2)\dot{\xi}_2 \quad \Delta c = \int_0^T (V_1(\xi_1, \xi_2)\frac{d\xi_1}{dt} + V_2(\xi_1, \xi_2)\frac{d\xi_2}{dt}) dt = \int_{\omega} \text{curl } V \, d\xi_1 d\xi_2$$

Le bracciate ottimali sono quelle che realizzano un dato spostamento Δc con il minimo dispendio energetico. Il dispendio energetico induce una metrica sulle curve di estremi $(\xi_{10}, \xi_{20}, c_0)$ e $(\xi_{10}, \xi_{20}, c_0 + \Delta c_0)$. Le bracciate ottimali sono rappresentate da curve di minima lunghezza (geodetiche *sub-riemanniane*, perchè la metrica indotta dal dispendio energetico è degenerare). Per il nuotatore *three-sphere* se ne può dimostrare l'esistenza, ed esse possono essere calcolate risolvendo numericamente l'equazione rappresentativa.

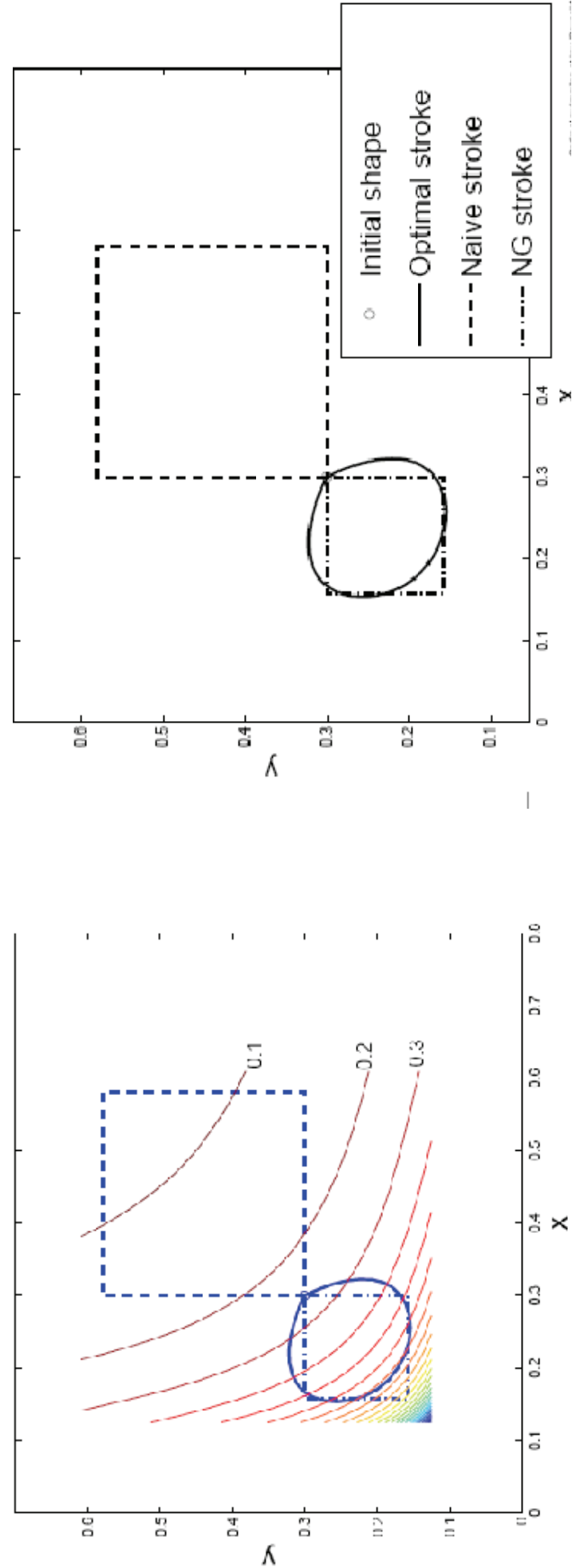
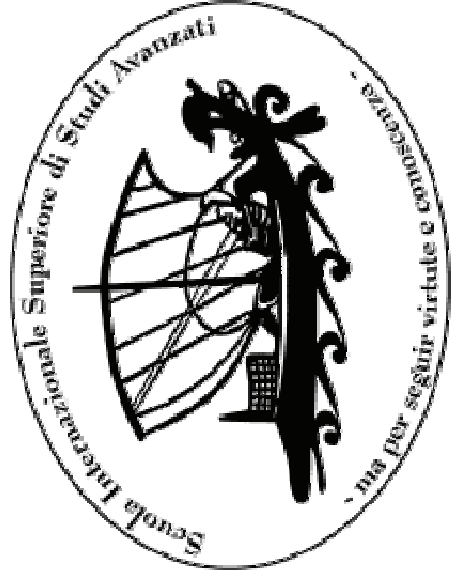


Figura: $x=\xi_1$, $y=\xi_2$; le curve colorate sono le linee di livello di curl V .



Fluidodinamica

Il moto di un nuotatore in acqua è basato sullo scambio di forze tra nuotatore e fluido circostante. Il fluido è a riposo a distanza sufficientemente grande, ma il moto dal nuotatore induce moto del fluido a contatto con esso. La spinta propulsiva del nuotatore fa leva sulle interazioni idrodinamiche tra nuotatore, che controlla le proprie variazioni di forma nel tempo, ed il fluido nel quale è immerso. Il moto del fluido è regolato dalle equazioni della fluidodinamica.

Equazioni di Navier-Stokes (NS) $\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \eta \Delta \mathbf{v} - \nabla p$

Adimensionalizzazione $x_* = \frac{x}{L}, t_* = \frac{t}{T}, p_* = \frac{p}{V\eta}, u_* = \frac{v}{V}$

Numero di Reynolds $Re = \frac{VL\rho}{\eta}, \sigma = \frac{L}{VT}$

(NS) in forma adimensionale $\sigma Re \frac{\partial u_*}{\partial t} + Re(u_* \cdot \nabla_*) u_* - \Delta u_* + \nabla_* p_* = 0$

Equazioni di Stokes ($Re \rightarrow 0$) $0 = \eta \Delta \mathbf{v} - \nabla p$

Stime del numero di Reynolds per nuotatori in acqua ($\rho/\eta=10^6 \text{ m}^{-2}\text{s}$)

Uomo-delfino-squalo: $L = 1-2 \text{ m}, V = 1-10 \text{ m s}^{-1}, Re = 10^6 - 10^7$

Batteri: $L = 1-2 \text{ }\mu\text{m}, V = 1-10 \text{ }\mu\text{m s}^{-1}, Re = 10^{-5} - 10^{-6}$

Usando come ordini di grandezze tipici una velocità di una *body-length* L al secondo, e una frequenza di bracciata di un ciclo al secondo, si capisce come la fluidodinamica indotta da nuotatori di dimensione micro-metrica sia ben descritta dalle equazioni di Stokes nella forma stazionaria. In altri termini, mentre i pesci nuotano accelerando l'acqua intorno a sè, batteri e organismi unicellulari nuotano sfruttando soltanto la resistenza viscosa del fluido circostante.